

Concurso 2016 -Midiendo la Aceleración de la Gravedad



Instituto de Modelado e Innovación Tecnológica (CONICET-UNNE)
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura (UNNE)

CONCURSO MIDIENDO LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD

Taller de capacitación docente

Comité Organizador

2016



A modo de introducción

La fuerza de gravedad es una experiencia percibida tan cotidianamente desde los inicios de la humanidad que ha moldeado nuestra intuición sobre la Naturaleza. Sin embargo, no por rutinaria es menos fascinante. Hace tres siglos, Galileo y Newton sentaron las bases del estudio sistemático de las propiedades de esta fuerza, lo que permitió explicar no solo la caída de cuerpos cercanos a la superficie de la Tierra, sino también el movimiento de los planetas del sistema solar. Más tarde, hace 100 años, Einstein completó una teoría más amplia y menos intuitiva de esta fuerza, estableciendo nuevas ecuaciones del campo gravitatorio que permiten su aplicación aún a problemas cosmológicos del Universo en gran escala. Una de las predicciones de esta teoría, la existencia de ondas gravitacionales, había evadido la demostración experimental durante las últimas décadas, debido a las enormes dificultades de medición de las fuerzas tan débiles involucradas. Finalmente, en este año 2016, los avances de la tecnología de medición y las costosas y complejas instalaciones de laboratorios especializados, nos ha permitido ser testigos de los experimentos que demostraron incuestionablemente la existencia de estas ondas y, por lo tanto, de la corrección de nuestra comprensión de esta fuerza de la Naturaleza.

Como manera de celebrar estos logros de la física, el Instituto de Modelado e Innovación Tecnológica (CONICET-UNNE) y la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura (FaCENA-UNNE) organizan este concurso destinado a alumnos de nivel medio. Nos proponemos que los participantes experimenten, en menor escala, el gusto del trabajo científico de extraer información de la Naturaleza de manera ingeniosa mediante experimentos. Esta es una invitación a reflexionar creativamente sobre lo que representa medir y las limitaciones con las que nos encontramos en esa tarea.

Las páginas siguientes tienen como objetivo mostrar algunos ejemplos y servir de orientación para el análisis de experiencias para aquellos que acepten el desafío. Bienvenidos y que disfruten de la experiencia!

Comité Organizador del Concurso

Abril de 2016



Magnitudes y tratamiento de datos

Para el estudio de los fenómenos en Física se realizan procedimientos experimentales. Dentro de éstos se analiza la situación cualitativa y cuantitativamente. El estudio experimental cuantitativo requiere de mediciones de diferentes magnitudes físicas por medio de procedimientos apropiados y con instrumentos adecuados.

Cuando los científicos han estudiado minuciosamente un fenómeno y por medio de las mediciones experimentales, y el posterior tratamiento de datos, pudieron encontrar la ecuación matemática que vincula a las variables que describen el fenómeno, están en condiciones de enunciar la ley física. Las ecuaciones de las leyes físicas no son más que las funciones matemáticas que vinculan a las magnitudes relevantes de un determinado sistema físico y que, al ser interpretadas, permiten predecir el comportamiento del mismo.

Las leyes físicas describen el comportamiento de un sistema, permitiendo explicar lo que ocurre, a través de magnitudes medibles que caracterizarán al sistema. La expresión matemática de la ley, no es más que una relación funcional entre las magnitudes medibles y es la expresión más precisa del modelo físico que explica el fenómeno en estudio. La función matemática puede ser del tipo lineal, exponencial, cuadrática, etc.

Las constantes que aparecen en las expresiones de las leyes físicas, tienen un significado dentro del fenómeno del que se trate y, generalmente, indican el valor de algún parámetro especial que permite caracterizar al sistema del cual se trata el fenómeno en estudio.

En un trabajo experimental siempre se obtiene una serie de pares de valores; éstos son medidos con instrumentos adecuados y se tabulan en tablas de pares ordenados (x, y) , por ejemplo: tiempo y distancia (t, d) ; longitud y fuerza (x, F) ; profundidad y presión (h, p) ; corriente eléctrica y diferencia de potencial (i, V) .

Para realizar el tratamiento de datos en algún trabajo experimental en el que se han tomado una serie de mediciones, es necesario graficar los pares de valores y luego ajustar a la función que corresponda, según el fenómeno que se está estudiando. Cobra importancia aquí el análisis teórico que se hace sobre el fenómeno en sí, el dispositivo experimental empleado y la relación entre las magnitudes involucradas, distinguiendo cuáles fueron medidas directamente y cuáles podrían ser calculadas posteriormente.

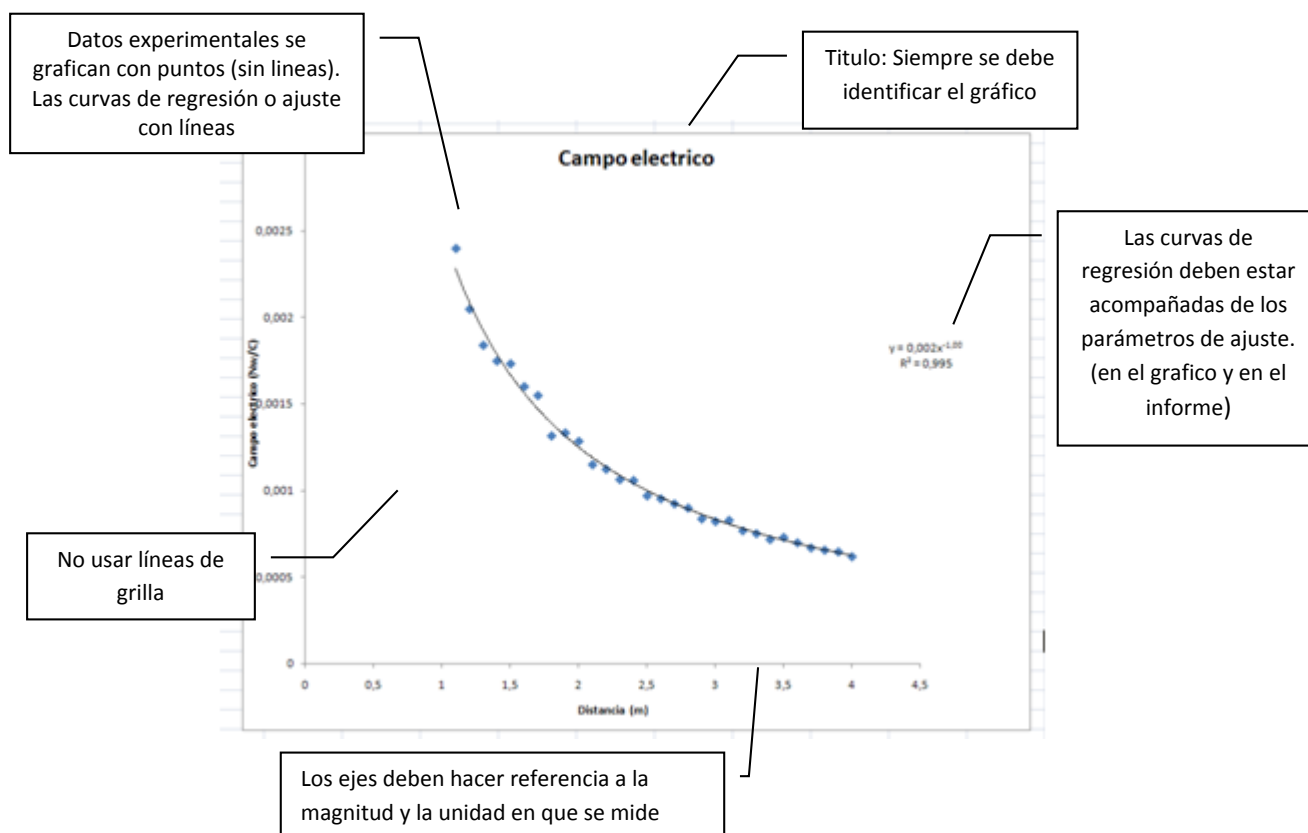
Los valores medidos estarán afectados de error por lo cual la gráfica obtenida no será exactamente la curva de la función que predice la teoría y por ello habrá que hacer el ajuste para obtener la gráfica que minimiza los errores y mejor ajusta los valores experimentales al valor teórico. A partir de la función ajustada se podrá calcular el parámetro físico de interés en el estudio.



Para realizar el ajuste de las curvas se puede trabajar en computadora con la herramienta Microsoft Office Excel. El procedimiento general de trabajo es:

- 1) cargar la tabla de valores (x, y)
- 2) representar los valores en un gráfico cartesiano por medio de la opción gráfico de dispersión
- 3) colocar los nombres a las variables en los ejes junto con su unidad de medida
- 4) colocar el título al gráfico para identificar qué se está representando
- 5) solicitar al programa que marque la línea de tendencia y muestre la ecuación en el gráfico
- 6) interpretar la ecuación mostrada, de acuerdo con la expresión matemática de la ley física que rige el fenómeno en estudio
- 7) calcular el parámetro buscado a partir de las constantes identificadas en la ecuación ajustada

Ejemplo de grafico adecuado para la presentación de datos experimentales en un informe





¿Qué es una regresión lineal?

A continuación discutiremos algunos ejemplos que permiten determinar la aceleración de la gravedad de la Tierra en su superficie. La aceleración de la gravedad es una magnitud que no puede medirse de manera directa, es decir, haciendo una lectura directa en una escala de un instrumento de medición. Es un ejemplo de medición indirecta. Su valor debe calcularse a partir de otras magnitudes medidas en forma directa y utilizando alguna expresión matemática que, sabemos, describe adecuadamente el fenómeno que estamos observando. Para medir g , entonces, es necesario considerar fenómenos producidos por la fuerza de gravedad, es decir, el peso de algún cuerpo.

Tal vez el ejemplo más simple que podemos presentar es el de la caída libre de un cuerpo. El peso del cuerpo (es decir, la fuerza con que la Tierra lo atrae hacia su centro) es la causa de que caiga con aceleración g . Un cuerpo que cae desde una altura h con aceleración constante tarda un tiempo t en llegar al suelo. Ambas magnitudes pueden medirse de manera directa: la altura h con una cinta métrica y el tiempo t con un cronómetro. Además, ambas magnitudes están relacionadas entre sí por la expresión $h = \frac{1}{2}gt^2$, correspondiente a un movimiento uniformemente acelerado. Estas condiciones permiten entonces diseñar un experimento para obtener la aceleración de la gravedad de la siguiente manera. Dejemos caer el cuerpo desde una altura dada h_1 , y midamos el correspondiente tiempo de caída al suelo t_1 . Repitamos la experiencia desde una altura distinta h_2 midiendo el correspondiente tiempo de caída t_2 , y así sucesivamente, obteniendo pares de valores (t_1, h_1) , (t_2, h_2) , (t_3, h_3) , ..., que idealmente, deberían encontrarse sobre la ecuación de la parábola $h = \frac{1}{2}gt^2$. Sin embargo, preferiremos representar gráficamente h en función de t^2 , cuya gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas con pendiente $A = \frac{1}{2}g$. Entonces, nuestro valor medido de g será $g = 2A$, donde A es la pendiente de la representación gráfica lineal.

El ejemplo de caída libre tiene todos los ingredientes necesarios para medir g mediante la **regresión lineal**. Estos son:

- 1) **Buscar un fenómeno** cuya causa sea la fuerza de gravedad.
- 2) **Identificar las variables independientes**, esto es, las magnitudes que pueden modificarse a voluntad del experimentador: en el ejemplo, la altura de caída. Si hay más de una, diseñar el experimento para que sólo varíe una de ellas.
- 3) **Identificar la variable dependiente**, es decir, una magnitud que cambia y está determinada por la elección de los valores de las variables independientes: en el ejemplo, el tiempo de caída.
- 4) **Determinar la relación matemática** entre variable dependiente e independiente y **representarla gráficamente** de tal manera que resulte **lineal**. El coeficiente de la pendiente o la ordenada al origen contiene a g , de donde puede despejarse.



Sin embargo, este procedimiento que parece tan directo, llevado a la práctica tiene sus dificultades; por ejemplo:

- 1) Si dejamos caer dos o más veces el cuerpo desde una misma altura, no obtenemos exactamente el mismo tiempo para todas ellas.
- 2) Si dejamos caer el cuerpo desde una altura de, por ejemplo, 2 m, el tiempo de caída calculado será de 0,64 seg., que es difícil de medir con precisión dado que una persona tarda aproximadamente un tercio de ese tiempo en reaccionar cuando el cerebro envía una orden a los músculos a través del sistema nervioso, por ejemplo para arrancar o detener un cronómetro. Esta es una de las razones por la cual medimos tiempos distintos dejando caer el cuerpo desde la misma altura.
- 3) En la descripción del fenómeno supusimos que la única fuerza que actúa es la fuerza de gravedad. Sin embargo, existe también una fuerza de rozamiento entre el cuerpo y el aire. Esta fuerza de rozamiento depende también de la forma del cuerpo que cae. Sin embargo en la descripción del movimiento supusimos que puede considerarse como una masa puntual.

En definitiva, en la descripción matemática del fenómeno usualmente hacemos simplificaciones (o idealizaciones) que pueden no cumplirse, introduciendo fuentes de error en la medición de la magnitud deseada.

Razone y experimente para responder las siguientes preguntas:

- 1) Mida diez veces el tiempo de caída desde 1 m de altura ¿Son iguales todos los resultados de las mediciones? ¿cuál es el valor medio y la diferencia entre los valores máximo y mínimo?
- 2) ¿Qué cambia si ahora la altura de caída es de 0,5 m?



EXPERIMENTOS

PÉNDULO SIMPLE

El siguiente sistema que vamos a considerar es el péndulo simple. Idealmente consiste en una masa m suspendida de un punto mediante una cuerda inextensible y de masa despreciable. Cuando la masa se desplaza un pequeño ángulo respecto de la vertical, la masa oscila periódicamente, es decir, regresa a la posición de partida al cabo de un tiempo T en cada oscilación que no cambia durante el movimiento. Para que esto se cumpla, es necesario que la amplitud de las oscilaciones sea pequeña. Este tiempo, denominado *período*, depende de la longitud L de la cuerda según la expresión

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

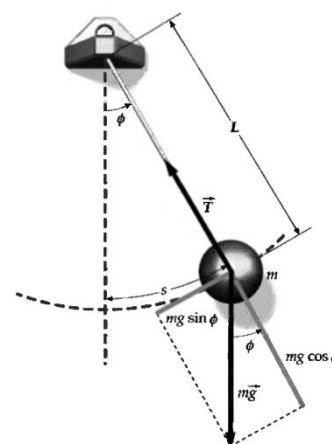
Esta expresión permite relacionar dos magnitudes medibles de manera directa como son la longitud de la cuerda y el período de oscilación:

$$L = \frac{g}{4\pi^2} T^2$$

El valor de la aceleración de la gravedad g se obtendrá a partir de la regresión lineal de L y T^2 .

Experimente y razone las siguientes preguntas:

- 1) ¿Qué longitud debe tener el péndulo para oscilar en 1 segundo?
- 2) Si deja fija longitud del péndulo pero lo hace oscilar con amplitudes pequeñas o grandes ¿el período es el mismo?
- 3) Si colgara un péndulo desde el techo con una cuerda que llega hasta el suelo ¿cuánto tardaría en oscilar?





MÁQUINA DE ATWOOD

La máquina de Atwood es un sencillo dispositivo mecánico consistente en un par de masas $m_1 < m_2$ conectadas a través de una cuerda inextensible que pasa por una polea como se muestra en la figura 1.

Si todos los componentes fueran ideales las masas no tendrían un tamaño apreciable sino que estarían concentradas en un punto, la cuerda no sería elástica y su masa sería despreciable, y la polea tampoco tendría una masa apreciable ni habría fuerzas de rozamiento entre ella y su eje o con la cuerda. Es importante notar que estas condiciones no se cumplen estrictamente en el dispositivo real y son, por lo tanto, una fuente de error en el análisis que haremos a continuación.

Supongamos las condiciones ideales antes mencionadas. El sistema se moverá haciendo caer la masa mayor (m_2), la cual arrastrará a la menor (m_1). Este movimiento es uniformemente acelerado, con una aceleración dada por

$$a = g \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right)$$

Esta ecuación, que contiene la aceleración de la gravedad g , nos permite medirla de manera indirecta a partir de la medición las otras variables, esto es las masas (m_1 y m_2) y la aceleración a de cualquiera de ellas. Las masas pueden medirse de manera directa con una balanza. Para medir la aceleración de caída de la masa m_2 procederemos de la siguiente manera: dejamos caer esta masa entre dos puntos separados una altura h y medimos el tiempo de caída t . Siendo un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, $h = (1/2)at^2$, es decir,

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

Igualando ambas expresiones de la aceleración de caída, se obtiene

$$\frac{2h}{t^2} = g \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right)$$

Esta última expresión contiene las magnitudes que se pueden medir de manera directa: la altura (con una cinta métrica), el tiempo (con un cronómetro) y las masas (con una balanza). Sólo resta hacer una elección conveniente de una de ellas como variable independiente x y otra como variable dependiente y para determinar g por regresión entre ambas. Para ello, es necesario que el resto de las magnitudes permanezcan constantes durante el experimento, sino también serían variables.

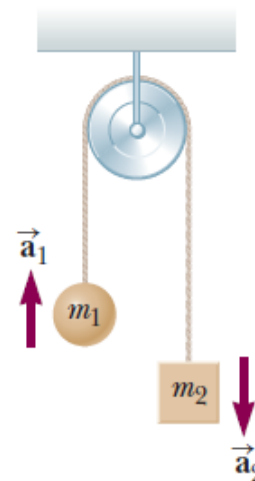


Figura 1: Esquema de la máquina de Atwood.



Razone y experimente con el sistema para responder las siguientes preguntas:

- 1) ¿Qué par de variables le parece más conveniente elegir? Tenga en cuenta con qué precisión y grado de dificultad puede medir las variables elegidas.
- 2) ¿Qué ocurre cuando ambas masas son muy parecidas? ¿y si fueran muy diferentes? Analice las dificultades o ventajas que presentan estas dos situaciones.
- 3) Teniendo en cuenta que el análisis realizado corresponde al dispositivo ideal descrito al principio ¿Qué cuidados tendrá Ud. en su dispositivo real para evitar que los efectos que no incluimos produzcan errores significativos en la medición?



MUELLE ESTIRADO POR UN PESO

Un muelle tiene la característica de ser elástico, es decir de variar su longitud (aumenta si es estirado y disminuye si es comprimido) y luego recuperar su longitud inicial. Dentro de ciertos márgenes, estas variaciones de longitud son proporcionales a las fuerzas aplicadas. Esta afirmación constituye la *ley de Hook* que se expresa matemáticamente como $F = k \cdot x$, siendo F la magnitud de la fuerza que se debe aplicar para producir una variación de su longitud dada por x y k una constante que indica la rigidez del muelle.

Supongamos un experimento donde suspendemos una masa m de un resorte de constante k , debido a lo cual éste experimenta un alargamiento x . La expresión del equilibrio de las fuerzas elástica del resorte y gravitatoria del peso suspendido será

$$m \cdot g = k \cdot x$$

Es interesante que si conociéramos la constante k , podríamos obtener g midiendo de forma directa las magnitudes m (con una balanza) y x (con una cinta métrica). Por lo tanto, para obtener la constante de rigidez, consideraremos previamente otro experimento.

Suponga ahora que desplazamos la masa de su posición de equilibrio y la liberamos. El sistema oscila con un período T dado por

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m$$

De donde puede obtenerse la constante por regresión lineal entre las variables m y T^2 , que se miden de manera directa. Con el valor de k obtenido podemos volver al experimento original y hacer la regresión lineal entre m y x , obteniendo finalmente la aceleración de la gravedad g .

